

# Логическое строение курса геометрии

ЭМ и ПРМЗ, лекция 1  
к.п.н., доц. Пырков Вячеслав Евгеньевич

# План

---

1. Предмет геометрии
2. Из истории развития геометрии
3. Логическое строение школьного курса геометрии
4. Аксиоматика школьного курса планиметрии
5. Различные подходы к определению геометрических фигур



# 1. Предмет геометрии

---

## Сущность геометрии

- **Геометрия изучает пространственные свойства предметов (форму и размеры), оставляя в стороне все их остальные признаки**



## 2. Из истории геометрии

---

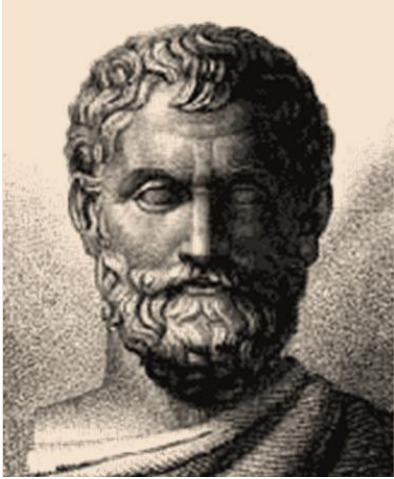
«Геометрия была открыта египтянами и возникла из измерения земли. Это измерение было им необходимо вследствие разливов Нила, постоянно смывающих границы (участков земли). Нет ничего удивительного в том, что эта наука, как и другие, возникла из потребностей человека. Всякое возникающее знание из несовершенного состояния переходит в совершенное. Зарождаясь путем чувственного восприятия, оно постепенно становится предметом нашего рассмотрения, и наконец, делается достоянием разума».

Евдем Родосский (4 в до н.э.)

---



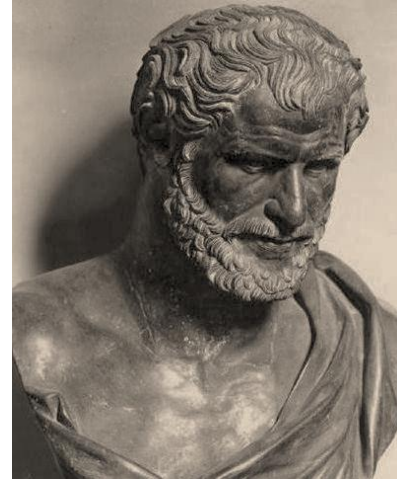
## 2. Из истории геометрии



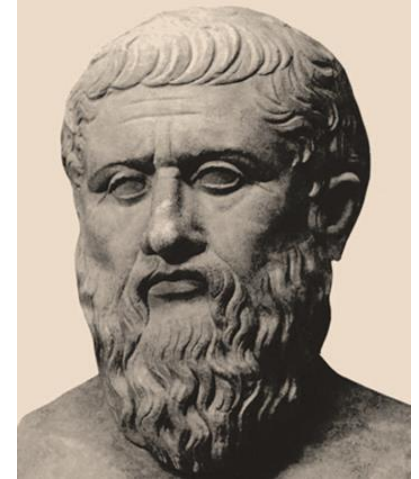
Фалес



Пифагор



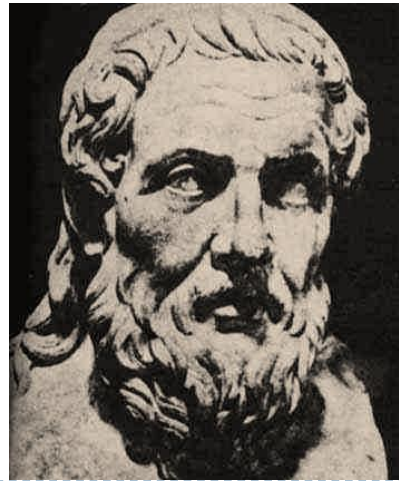
Демокрит



Платон



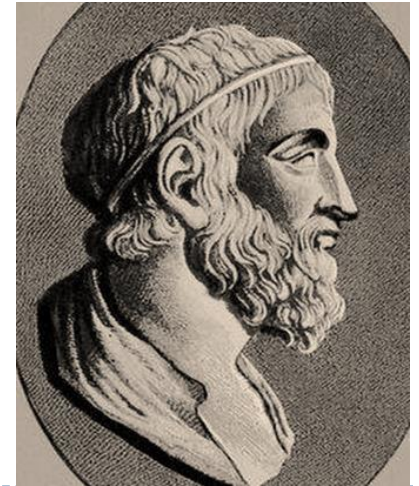
Евдокс



Аполлоний



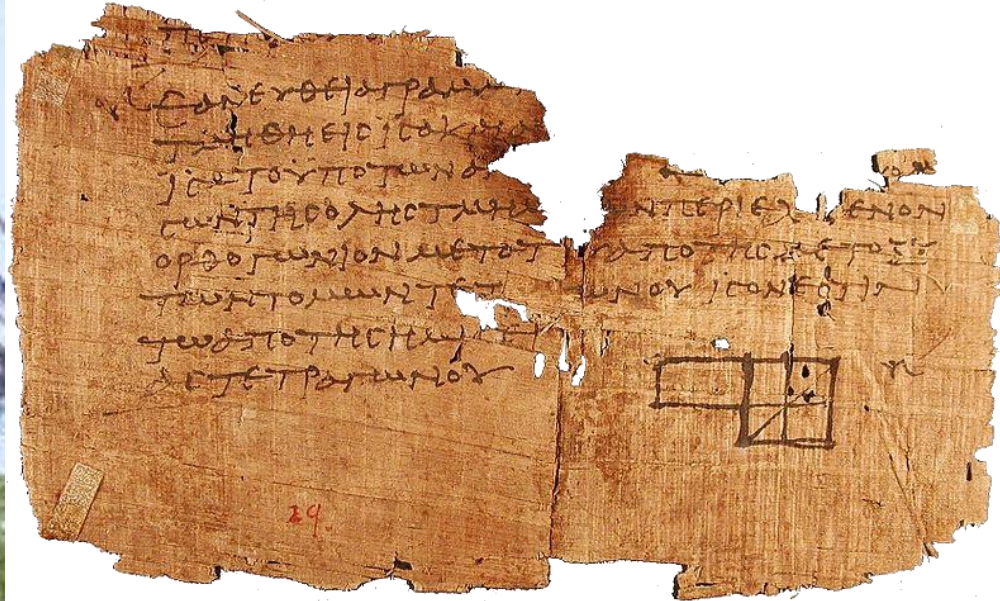
Эратосфен



Архимед



## 2. Из истории геометрии



**«Начала» Евклида**  
(библиотека Ватикана)

**Евклид Александрийский**

### 3. Логическое строение школьного курса геометрии

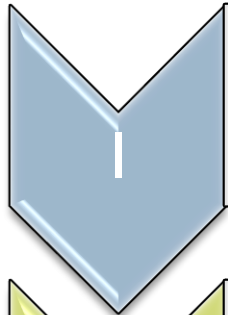
---

Дедуктивная  
основа

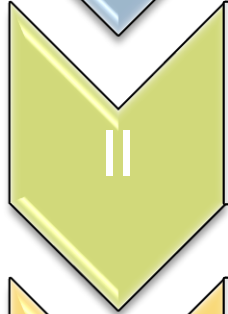
Содержательная  
основа

Школьный  
курс  
геометрии

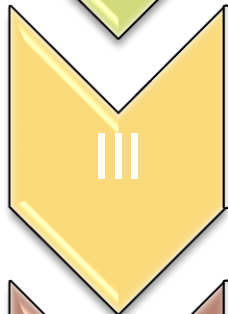
## 4. Аксиоматика школьного курса планиметрии



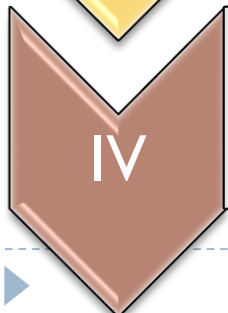
- Выделяется некоторое число **основных (неопределяемых) понятий** (они заимствованы из опыта);



- Их свойства описываются с помощью некоторого числа **утверждений-аксиом**;



- Все остальные понятия **определяются** через основные неопределяемые или ранее введенные;



- Все остальные утверждения строго (с помощью дедуктивных рассуждений) **доказываются** в виде теорем.



# Способ построения теории планиметрии Аксиоматический метод в учебнике Александрова



Основания планиметрии

Логический путь

Утверждение

Основные понятия

объекты

Точки  
Отрезки  
Фигуры

отношения

Точка принадлежит фигуре  
Точка является концом отрезка  
Два отрезка равны

линейные

Связи отрезков и точек

1 Существует по крайней мере две точки.  
2 Для любых двух точек существует единственный отрезок, концами которого являются данные точки.  
3 У каждого отрезка есть два и только два конца, а также существуют и другие принадлежащие ему точки.  
4 Точка, лежащая внутри отрезка, разбивает его на два отрезка.  
5 Каждый отрезок можно продолжить за каждый из его концов.  
6 Объединение двух отрезков, имеющих две общие точки, является отрезком, его концами служат два из концов этих отрезков.

Равенства отрезков

1 Два отрезка, равные одному и тому же равны.  
2 На каждом луче от его начала можно отложить отрезок, равный данному, и притом только один.  
3 Если точка  $C$  лежит внутри  $AB$ , а точка  $C_1$  – внутри отрезка  $A_1B_1$  и  $AC=A_1C_1$ ,  $CB=C_1B_1$ , то  $AB=A_1B_1$ .  
4 Для любых двух отрезков  $AB$  и  $PO$  существует отрезок  $AC$ , содержащий  $AB$  и составленный из конечного числа отрезков, равных  $PO$ .

Непрерывности

Если дана бесконечная последовательность отрезков и каждый отрезок содержит последующий отрезок, то существует точка, принадлежащая всем отрезкам.

Аксиомы

Плоскости

1 Аксиома разбиения плоскости.  
2 Аксиома откладывания угла.  
3 Аксиома равенства отрезков углов

Параллельности Евклида

Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит единственная прямая, не пересекающая данную прямую

## 4. Аксиоматика школьного курса планиметрии

---

Положение, принимаемое без доказательства в качестве исходного, отправного для данной теории, в частности для геометрии, называется **АКСИОМОЙ**.

Слово «аксиома» происходит от греческого и означает «достойное признания» ввиду его очевидности, безусловное. Аксиомы говорят об основных понятиях теории.

Совокупность *аксиом*, лежащих в основаниях теории, называют **АКСИОМАТИКОЙ** этой теории; говорят так же «система аксиом».

К аксиоматике можно относить и **ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ**

---



## 4. Аксиоматика школьного курса планиметрии

---

**Понятия** могут быть **двух типов**: одни описывают **ОБЪЕКТЫ**, такие как точка, прямая, круг и др., другие описывают **ОТНОШЕНИЯ** объектов друг к другу, такие как прямые пересекаются, точка лежит внутри круга.

Основные понятия при изложении геометрии можно **выбирать по-разному**, например, **отрезок**, но чаще – **прямая**. В качестве аксиом также можно брать разные положения.

Аксиоматика излагается так, что **сначала перечисляются основные понятия, а потом формулируются аксиомы.**

---



## 4. Аксиоматика школьного курса планиметрии

---

**ДОКАЗАТЕЛЬСТВОМ** называется, вообще, убедительное рассуждение. Положение (утверждение) теории, которое **доказывается** или **подлежит доказательству**, называется **ТЕОРЕМОЙ**.

При строго логическом изложении доказательство должно опираться **только на установленные положения**. А так как они, в свою очередь, тоже должны на чем-то основываться, то приходим к тому, что **в основе должны лежать некоторые положения, принимаемые без доказательства**, то есть **аксиомы**.

---



## 5. Различные подходы к определению

---

Обычно определение состоит в том, что определяемое понятие **разъясняется через другие**, можно сказать, к ним сводится.

Но нельзя сводить одни понятия к другим до **бесконечности**.

Поэтому должны быть **исходные** понятия, которые принимаются без предварительных определений - **НЕОПРЕДЕЛЯЕМЫЕ**.

Все, что от них требуется, высказывается в аксиомах (поэтому говорят, что **аксиомы служат скрытыми определениями основных понятий**).

---



## 5. Различные подходы к определению

---

### **ФОРМАЛЬНО-ЛОГИЧЕСКОЕ**

через ближайший род и видовое отличие

### **ГЕНЕТИЧЕСКОЕ (конструктивное)**

показывает как возникает и образуется математический объект

### **ИНДУКТИВНОЕ**

через перечисление объектов, входящих в данное понятие

### **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФОРМУЛАМИ**

### **АБСТРАКТНОЕ**

через аксиомы

### **ЧЕРЕЗ ОТРИЦАНИЕ**

